МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЛИЦЕЙ №1»

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛОГИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ
МЕТОД ОТОБРАЖЕНИЯ

Автор: Вишнякова А.М., учитель информатики первой КК МБОУ «Лицей №1»

г.Усолье-Сибирское, 2018

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛОГИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОД ОТОБРАЖЕНИЯ

Как пишет Е.А. Мирончик в своей статье 2014 года в Журнале «Информатика»: «Задание на решение системы логических уравнений остается в ЕГЭ одним из самых сложных. Но решение этой системы не только проверяет знание логических операций и умение считать у наших школьников, но и учит рассуждать, строить логические цепочки. Конечно, оно незаслуженно находится в части В. При оценке ответа нет возможности квалифицировать ошибку, так как ответ, как и логическое высказывание, бывает либо истинным, либо лож ным. А поводов дать неверный в этом случае ответ много: можно написать наугад, а можно решить все от начала до конца, проделать все логические преобразования, выстроить верную цепочку рассуждений и в последнем действии допустить арифметическую ошибку.»

Практическая часть

Задание 1. (23.208) Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$\neg x_1 \land x_2 \lor y_1 \land \neg y_2 \lor \neg x_1 \land \neg y_1 = 0$$
$$\neg x_2 \land x_3 \lor y_2 \land \neg y_3 \lor \neg x_2 \land \neg y_2 = 0$$
$$\dots$$
$$\neg x_5 \land x_6 \lor y_5 \land \neg y_6 \lor \neg x_5 \land \neg y_5 = 0$$
$$\neg x_6 \land x_7 \lor y_6 \land \neg y_7 \lor \neg x_6 \land \neg y_6 = 0$$
$$\neg x_7 \land \neg y_7 = 0$$

где $x_1,x_2,\dots,x_7$ и $y_1,y_2,\dots,y_7$ – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение: Можем заметить, что все кроме последнего уравнения являются однотипными. Поэтому пока будем рассматривать систему без последнего уравнения.

Построим таблицу истинности для первого уравнения.

x1	y1	x2	y2	$\neg x_1 \land x_2$	$y_1 \land \neg y_2$	$\neg x_1 \land \neg y_1$	$\neg x_1 \land x_2 \lor y_1 \land \neg y_2 \lor \neg x_1 \land \neg y_1$
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	1

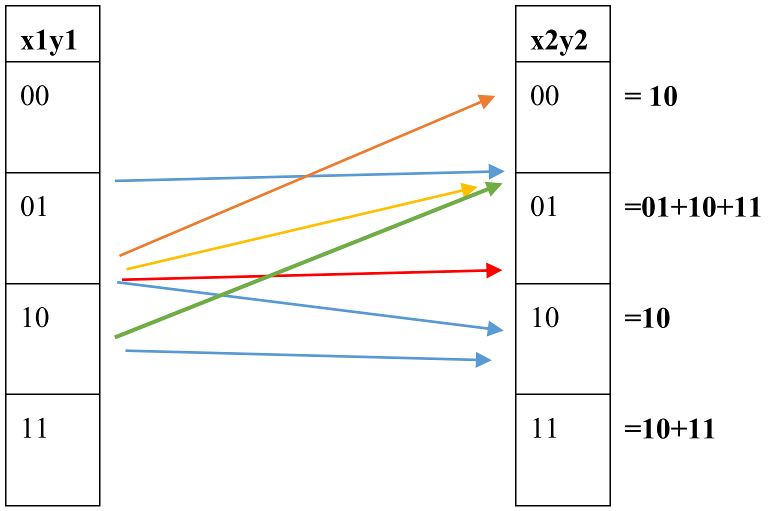
0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	0

Так как значение уравнение = 0, то вычеркиваем те строки, в которых результатом получилась истина (1).

После преобразования получается следующая таблица:

x1	**y1**	**x2**	**y2**	$\neg x_1 \wedge x_2$	$y_1 \wedge \neg y_2$	$\neg x_1 \wedge \neg y_1$	$\neg x_1 \wedge x_2 \vee y_1 \wedge \neg y_2 \vee \neg x_1 \wedge \neg y_1$
0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0

Строим непосредственно само отображение пары x1y1 в пару x2y2.



Все пары x1y1 =00 были исключены в первой таблице истинности, поэтому столбце x1y1 количество таких пар как 00 равно 0:

	x1y1	**x2y2**	**x3y3**	**x4y4**	**x5y5**	**x6y6**	**x7y7**
00	**0**	1	1	1	1	1	1
01	1	3	6	10	15	21	28
10	1	1	1	1	1	1	1
11	1	2	3	4	5	6	7

Если бы в системе не было последнего уравнения $\neg \mathbf{x_7} \wedge \neg \mathbf{y_7}$ **= 0,** то такая система имела бы 37 решений (1+28+1+7). Но вернемся к последнему уравнению системы$\neg \mathbf{x_7} \wedge \neg \mathbf{y_7}$ **= 0.** Данное равенство НЕ выполняется, если x1=0 и y1 = 0. Следовательно, исключаем количество решений для пары 00, то есть количество решений в первой строке. Тем самым, получаем 37-1=36 решений.

Ответ: 36 решений.

Задание 2. (23.207) Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$((x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2)) \land (x_1 \lor x_2) = 1$$
$$((x_2 \equiv y_2) \to (x_3 \equiv y_3)) \land (x_2 \lor x_3) = 1$$
$$...$$
$$((x_7 \equiv y_7) \to (x_8 \equiv y_8)) \land (x_7 \lor x_8) = 1$$
$$(x_8 \lor y_8) = 1$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_8$ и $y_1, y_2, \ldots, y_8$ – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение: Аналогично предыдущей системе рассмотрим первое уравнение $((x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2)) \land (x_1 \lor x_2) = 1$ и построим таблицу истинности:

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_1 \equiv y_1$	$x_2 \equiv y_2$	$((x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2))$	$x_1 \lor x_2$	$((x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2)) \land (x_1 \lor x_2)$
0	0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

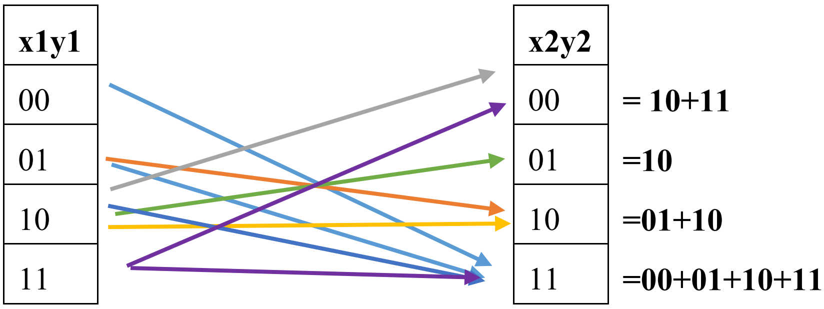
Так как значение уравнение = 1, то вычеркиваем те строки, в которых результатом получилась ложь (0).

После преобразования получается следующая таблица:

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_1 \equiv y_1$	$x_2 \equiv y_2$	$((x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2))$	$x_1 \lor x_2$	$((x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2)) \land (x_1 \lor x_2)$
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1

1	0	1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Строим непосредственно само отображение пары x1y1 в пару x2y2.



Строим таблицу количества решений:

	x1y1	x2y2	x3y3	x4y4	x5y5	x6y6	x7y7	x8y8
00	1	2	6	12	25	48	91	168
01	1	1	2	3	5	8	13	21
10	1	2	3	5	8	13	21	34
11	1	4	9	20	40	78	147	272

Если бы в системе не было последнего уравнения **($x_8 \lor y_8$) = 1,** то такая система имела бы 495 решений. Но вернемся к последнему уравнению системы ($x8 \lor y8$) = 1**.** Данное равенство НЕ выполняется, если x1=0 и y1 = 0. Следовательно, исключаем количество решений для пары 00, то есть количество решений в первой строке. Тем самым, получаем 495-168=327 решений.

Ответ: 327 решений.

Задание 3 (23.180) Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \to x_2) \to (x_3 \to x_4) = 1$$
$$(x_3 \to x_4) \to (x_5 \to x_6) = 1$$
$$(x_5 \to x_6) \to (x_7 \to x_8) = 1$$
$$(x_7 \to x_8) \to (x_9 \to x_{10}) = 1$$
$$x_1 \land x_3 \land x_5 \land x_7 \land x_9 = 1$$

где $x_1, \dots, x_{10}$ – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение: Рассмотрим первое уравнение $(x_1 \to x_2) \to (x_3 \to x_4) = 1$

Строим таблицу истинности для переменных x1, x2, x3, x4:

x_1	x2	x3	x4	$(x_1 \to x_2)$	$(x_3 \to x_4)$	$(x_1 \to x_2) \to (x_3 \to x_4)$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1

0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Вычеркнем строки, в которых результатом получился ноль. Получим следующую таблицу истинности:

x_1	x2	x3	x4	$(x_1 \to x_2)$	$(x_3 \to x_4)$	$(x_1 \to x_2) \to (x_3 \to x_4)$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

Получим следующую зависимость:

x2y2	**x1y1**
00	=00+01+10+11
01	=00+01+10+11
10	=10
11	=00+01+10+11

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1x2	**x3x4**	**x5x6**	**x7x8**	**x9x10**
00	1	4	13	40	121
01	1	4	13	40	121
10	1	1	1	1	1
11	1	4	13	40	121

Последнее уравнение $x_1 \land x_3 \land x_5 \land x_7 \land x_9 = 1$ влияет на количество решений всей системы , следовательно, x1=1, x3=1, x5=1, x7=1, x9=1.

Следовательно, меняется полностью вся таблица

	x1x2	x3x4	x5x6	x7x8	x9x10
00	0	0	0	0	0
01	0	0	0	0	0
10	1	1	1	1	1
11	1	2	3	4	5

Получается, 6 решений системы.

Ответ: 6 решений.

Задание 4. (23.173) Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \to (x_2 \lor y_1)) \land (y_1 \to y_2) = 1$$
$$(x_2 \to (x_3 \lor y_2)) \land (y_2 \to y_3) = 1$$
$$\ldots$$
$$(x_8 \to (x_9 \lor y_8)) \land (y_8 \to y_9) = 1$$
$$x_9 \to y_9 = 1$$

где $x_1,x_2,\ldots,x_9$ и $y_1,y_2,\ldots,y_9$, – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение:

Рассмотрим первое уравнение

$$(x_1 \to (x_2 \lor y_1)) \land (y_1 \to y_2) = 1$$

Строим таблицу истинности для переменных x1, y1,x2,y2:

x_1	y1	x2	y2	$x_2 \lor y_1$	$x_1 \to (x_2 \lor y_1)$	$y_1 \to y_2$	$(x_1 \to (x_2 \lor y_1)) \land (y_1 \to y_2)$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Вычеркнем строки с нулевыми значениями в последнем столбце, так как значение уравнение равно 1.

x_1	y1	x2	y2	$x_2 \vee y_1$	$x_1 \to (x_2 \vee y_1)$	$y_1 \to y_2$	$(x_1 \to (x_2 \vee y_1)) \wedge (y_1 \to y_2)$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Получим следующую зависимость:

x2y2	**x1y1**
00	=00
01	=00+01+11
10	=00+10
11	=00+01+10+11

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1y1	**x2y2**	**x3y3**	**x4y4**	**x5y5**	**x6y6**	**x7y7**	**x8y8**	**x9y9**
00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	3	8	19	42	89	184	375	758
10	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	1	4	10	22	46	94	190	382	766

Всего решений 1534 =1+758+9+766, но в системе присутствует последнее уравнение $x_9 \to y_9 = 1$, которое исключает 9 решений. Так как при $x_9 \to y_9 = 1$ исключается пара $x_9y_9=10$. Таким образом, исходная система имеет 1525 решения.

Ответ: 1525 решений.

Задание 5 (23.118). Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \vee y_1) \wedge ((\neg x_1 \vee \neg y_1) \to (\neg x_2 \vee \neg y_2)) = 1$$
$$(x_2 \vee y_2) \wedge ((\neg x_2 \vee \neg y_2) \to (\neg x_3 \vee \neg y_3)) = 1$$
$$(x_3 \vee y_3) \wedge ((\neg x_3 \vee \neg y_3) \to (\neg x_4 \vee \neg y_4)) = 1$$
$$(x_4 \vee y_4) \wedge ((\neg x_4 \vee \neg y_4) \to (\neg x_5 \vee \neg y_5)) = 1$$
$$(x_5 \vee y_5) \wedge ((\neg x_5 \vee \neg y_5) \to (\neg x_6 \vee \neg y_6)) = 1$$
$$(x_6 \vee y_6) \wedge ((\neg x_6 \vee \neg y_6) \to (\neg x_7 \vee \neg y_7)) = 1$$
$$(x_7 \vee y_7) \wedge ((\neg x_7 \vee \neg y_7) \to (\neg x_8 \vee \neg y_8)) = 1$$
$$x_8 \vee y_8 = 1$$

где x_1, …, x_8, y_1, …, y_8, – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение: В данной системе все уравнения, кроме последнего, однотипны. Поэтому можно применить метод отображения.

Рассмотрим первое уравнение **$(x_1 \lor y_1) \land ((\neg x_1 \lor \neg y_1) \rightarrow (\neg x_2 \lor \neg y_2)) = 1$** и построим таблицу истинности для левой части данного логического уравнения

x_1	y1	x2	y2	$x_1 \lor y_1$	$\neg x_1 \lor \neg y_1$	$\neg x_2 \lor \neg y_2$	$(\neg x_1 \lor \neg y_1) \rightarrow (\neg x_2 \lor \neg y_2)$	$x_1 \lor y_1) \land ((\neg x_1 \lor \neg y_1) \rightarrow (\neg x_2 \lor \neg y_2))$
0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0	0	1	1

Вычеркнем строки с нулевыми значениями в последнем столбце, так как значение уравнение равно 1.

x_1	y1	x2	y2	$x_1 \lor y_1$	$\neg x_1 \lor \neg y_1$	$\neg x_2 \lor \neg y_2$	$(\neg x_1 \lor \neg y_1) \rightarrow (\neg x_2 \lor \neg y_2)$	$x_1 \lor y_1) \land ((\neg x_1 \lor \neg y_1) \rightarrow (\neg x_2 \lor \neg y_2))$
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0	0	1	1

Получим следующую зависимость:

x2y2	**x1y1**
00	=01+10+11

01	=01+10+11
10	=01+10+11
11	=11

Обратим внимание на то, что пары x1y1=00 нет в наборе, поэтому в первой строке и первом столбце значение будет равно 0.

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1y1	**x2y2**	**x3y3**	**x4y4**	**x5y5**	**x6y6**	**x7y7**	**x8y8**
00	**0**	3	7	15	31	63	127	255
01	1	3	7	15	31	63	127	255
10	1	3	7	15	31	63	127	255
11	1	1	1	1	1	1	1	1

Всего решений 766=255*3+1, но в системе присутствует последнее уравнение $x_8 \lor y_8 = 1$, которое исключает 255 решений. Так как при $x_8 \lor y_8 = 1$ исключается пара $x_8y_8=00$. Таким образом, исходная система имеет 511 решения.

Ответ: 511 решений.

Задание 6 (23.117).Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \lor y_1) \land ((\neg x_1 \lor \neg y_1) \rightarrow (\neg x_2 \lor \neg y_2)) = 1$$
$$(x_2 \lor y_2) \land ((\neg x_2 \lor \neg y_2) \rightarrow (\neg x_3 \lor \neg y_3)) = 1$$
$$(x_3 \lor y_3) \land ((\neg x_3 \lor \neg y_3) \rightarrow (\neg x_4 \lor \neg y_4)) = 1$$
$$(x_4 \lor y_4) \land ((\neg x_4 \lor \neg y_4) \rightarrow (\neg x_5 \lor \neg y_5)) = 1$$
$$(x_5 \lor y_5) \land ((\neg x_5 \lor \neg y_5) \rightarrow (\neg x_6 \lor \neg y_6)) = 1$$
$$(x_6 \lor y_6) \land ((\neg x_6 \lor \neg y_6) \rightarrow (\neg x_7 \lor \neg y_7)) = 1$$
$$x_7 \lor y_7 = 1$$

где x_1, …, x_7, y_1, …, y_7, – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение:

Эта система совершенно такая же, как предыдущая, но количество переменных в ней не 8, а семь, поэтому решение будет идентичным. В данной системе все уравнения, кроме последнего, однотипны. Поэтому можно применить метод отображения.

Рассмотрим первое уравнение $(x_1 \lor y_1) \land ((\neg x_1 \lor \neg y_1) \rightarrow (\neg x_2 \lor \neg y_2)) = 1$ и построим таблицу истинности для левой части данного логического уравнения

x_1	y1	x2	y2	$x_1 \lor y_1$	$\neg x_1 \lor \neg y_1$	$\neg x_2 \lor \neg y_2$	$(\neg x_1 \lor \neg y_1) \rightarrow (\neg x_2 \lor \neg y_2)$	$x_1 \lor y_1) \land ((\neg x_1 \lor \neg y_1) \rightarrow (\neg x_2 \lor \neg y_2))$
0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0	0	0

1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0	0	1	1

Вычеркнем строки с нулевыми значениями в последнем столбце, так как значение уравнения равно 1.

x_1	y1	x2	y2	$x_1 \lor y_1$	$\neg x_1 \lor \neg y_1$	$\neg x_2 \lor \neg y_2$	$(\neg x_1 \lor \neg y_1) \to (\neg x_2 \lor \neg y_2)$	$x_1 \lor y_1) \land ((\neg x_1 \lor \neg y_1) \to (\neg x_2 \lor \neg y_2))$
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0	0	1	1

Получим следующую зависимость:

x2y2	**x1y1**
00	=01+10+11
01	=01+10+11
10	=01+10+11
11	=11

Обратим внимание на то, что пары x1y1=00 нет в наборе, поэтому в первой строке и первом столбце значение будет равно 0.

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1y1	**x2y2**	**x3y3**	**x4y4**	**x5y5**	**x6y6**	**x7y7**
00	**0**	3	7	15	31	63	127
01	1	3	7	15	31	63	127
10	1	3	7	15	31	63	127
11	1	1	1	1	1	1	1

Всего решений 382=127*3+1, но в системе присутствует последнее уравнение $x_7 \lor y_7 = 1$, которое исключает 127 решений. Так как при $x_7 \lor y_7 = 1$ исключается пара $x_7y_7=00$. Таким образом, исходная система имеет 255 решений.

Ответ: 255 решений.

Задание 7 (23.53).Сколько различных решений имеет система уравнений

$$(X_1 \wedge X_2) \vee (\neg X_1 \wedge \neg X_2) \vee (X_1 \equiv X_3) = 1$$
$$(X_2 \wedge X_3) \vee (\neg X_2 \wedge \neg X_3) \vee (X_2 \equiv X_4) = 1$$
$$...$$
$$(X_7 \wedge X_8) \vee (\neg X_7 \wedge \neg X_8) \vee (X_7 \equiv X_9) = 1$$
$$(X_8 \wedge X_9) \vee (\neg X_8 \wedge \neg X_9) \vee (X_8 \equiv X_{10}) = 0$$

где x_1, x_2, …, x_{10} – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение:

Эта система интересна тем, что все уравнения однотипны по структуре, но последнее уравнение имеет значение не 1, как все предыдущие, а 0. В данной системе все уравнения однотипны, поэтому можно применить метод отображения.

Рассмотрим первое уравнение $((X_1 \wedge X_2) \vee (\neg X_1 \wedge \neg X_2) \vee (X_1 \equiv X_3) = 1$ и построим таблицу истинности для левой части данного логического уравнения

x_1	x2	x3	$(\neg X_1 \wedge \neg X_2$	$X_1 \equiv X_3$	$X_1 \wedge X_2$	$(X_1 \wedge X_2) \vee (\neg X_1 \wedge \neg X_2) \vee (X_1 \equiv X_3)$
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1

Вычеркнем строки с нулевыми значениями в последнем столбце, так как значение уравнения равно 1.

x_1	x2	x3	$(\neg X_1 \wedge \neg X_2$	$X_1 \equiv X_3$	$X_1 \wedge X_2$	$(X_1 \wedge X_2) \vee (\neg X_1 \wedge \neg X_2) \vee (X_1 \equiv X_3)$
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1

Получим следующую зависимость:

x2x3	**x1x2**
00	=00
01	=00+10
10	=01+11

11	=11

Строим таблицу количества решений для каждой пары, кроме x9x10. Для них зависимость будет другая, так как значение последнего уравнения равно 0:

	x1x2	**x2x3**	**x3x4**	**x4x5**	**x5x6**	**x6x7**	**x7x8**	**x8x9**
00	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	4	5	6	7	8
10	1	2	3	4	5	6	7	8
11	1	1	1	1	1	1	1	1

Так как последнее уравнение имеет значение 0, то из первой таблицы истинности нужно вычеркнуть строки с конечным значением 1(«истина»).

x_1	x2	x3	$(\neg X_1 \wedge \neg X_2$	$X_1 \equiv X_3$	$X_1 \wedge X_2$	$(X_1 \wedge X_2) \vee (\neg X_1 \wedge \neg X_2) \vee (X_1 \equiv X_3)$
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0

Последнее уравнение устанавливает следующую зависимость:

x2x3	**x1x2**
00	=10
01	-
10	-
11	=01

Тогда получим такой последний столбец таблицы количества решений:

	x1x2	**x2x3**	**x3x4**	**x4x5**	**x5x6**	**x6x7**	**x7x8**	**x8x9**	**x9x10**
00	1	1	1	1	1	1	1	1	8
01	1	2	3	4	5	6	7	8	0
10	1	2	3	4	5	6	7	8	0
11	1	1	1	1	1	1	1	1	8

Суммируем последний столбец и получаем 16 решений.

Ответ: 16 решений.

Задание 8 (23.56).Сколько различных решений имеет система уравнений

$$((X_1 \equiv X_2) \vee (X_3 \equiv X_4)) \wedge (\neg(X_1 \equiv X_2) \vee \neg(X_3 \equiv X_4)) = 1$$

$$((X_3 \equiv X_4) \vee (X_5 \equiv X_6)) \wedge (\neg(X_3 \equiv X_4) \vee \neg(X_5 \equiv X_6)) = 1$$

$$((X_5 \equiv X_6) \vee (X_7 \equiv X_8)) \wedge (\neg(X_5 \equiv X_6) \vee \neg(X_7 \equiv X_8)) = 1$$

$$((X_7 \equiv X_8) \vee (X_9 \equiv X_{10})) \wedge (\neg(X_7 \equiv X_8) \vee \neg(X_9 \equiv X_{10})) = 1$$

$$((X_9 \equiv X_{10}) \vee (X_{11} \equiv X_{12})) \wedge (\neg(X_9 \equiv X_{10}) \vee \neg(X_{11} \equiv X_{12})) = 1$$

где x_1, x_2, …, x_{12} – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение:

В данной системе все уравнения однотипны, поэтому можно применить метод отображения.

Рассмотрим первое уравнение $((X_1 \equiv X_2) \vee (X_3 \equiv X_4)) \wedge (\neg(X_1 \equiv X_2) \vee \neg(X_3 \equiv X_4)) = 1$ и построим таблицу истинности для левой части данного логического уравнения

x_1	x2	x3	x4	$x_1 \equiv x_2$	$x_3 \equiv x_4$	$((x_1 \equiv x_2) \lor (x_3 \equiv x_4))$	$\neg(x_1 \equiv x_2)$	$\neg(x_3 \equiv x_4)$	$(\neg(x_1 \equiv x_2) \lor \neg(x_3 \equiv x_4))$	$((x_1 \equiv x_2) \lor (x_3 \equiv x_4)) \land (\neg(x_1 \equiv x_2) \lor \neg(x_3 \equiv x_4))$
0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0

Вычеркнем строки с нулевыми значениями в последнем столбце, так как значение уравнения равно 1.

x_1	x2	x3	x4	$x_1 \equiv x_2$	$x_3 \equiv x_4$	$((x_1 \equiv x_2) \lor (x_3 \equiv x_4))$	$\neg(x_1 \equiv x_2)$	$\neg(x_3 \equiv x_4)$	$(\neg(x_1 \equiv x_2) \lor \neg(x_3 \equiv x_4))$	$((x_1 \equiv x_2) \lor (x_3 \equiv x_4)) \land (\neg(x_1 \equiv x_2) \lor \neg(x_3 \equiv x_4))$
0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1

Получим следующую зависимость:

x3x4	x1x2
00	=01+10
01	=00+11
10	=01+11
11	=01+10

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1x2	x3x4	x5x6	x7x8	X9x10	X11x12
00	1	2	4	8	16	32
01	1	2	4	8	16	32
10	1	2	4	8	16	32
11	1	2	4	8	16	32

Суммируем последний столбец и получаем 128 решений.
Ответ: 128 решений.

Задание 9 (23.64).Сколько различных решений имеет система уравнений

$$x_1 \lor \neg x_2 \lor \neg x_3 \land x_4 = 1$$
$$x_3 \lor \neg x_4 \lor \neg x_5 \land x_6 = 1$$
$$x_5 \lor \neg x_6 \lor \neg x_7 \land x_8 = 1$$
$$x_7 \lor \neg x_8 \lor \neg x_9 \land x_{10} = 1$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$ – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение:

В данной системе все уравнения однотипны, поэтому можно применить метод отображения.

Рассмотрим первое уравнение $x_1 \lor \neg x_2 \lor \neg x_3 \land x_4 = 1$ и построим таблицу истинности для левой части данного логического уравнения

x_1	x2	x3	x4	$\neg x_3 \land x_4$	$\neg x_2 \lor \neg x_3 \land x_4$	$x_1 \lor \neg x_2 \lor \neg x_3 \land x_4$
0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0

1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1

Вычеркнем строки с нулевыми значениями в последнем столбце, так как значение уравнения равно 1.

x_1	x2	x3	x4	$\neg x_3 \land x_4$	$\neg x_2 \lor \neg x_3 \land x_4$	$x_1 \lor \neg x_2 \lor \neg x_3 \land x_4$
0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1

Получим следующую зависимость:

x3x4	**x1x2**
00	=00+10+11
01	=00+01+10+11
10	=00+10+11
11	=00+10+11

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1x2	**x3x4**	**x5x6**	**x7x8**	**x9x10**
00	1	3	9	27	81
01	1	4	13	40	121
10	1	3	9	27	81
11	1	3	9	27	81

Суммируем последний столбец и получаем 364 решения.
Ответ: 364 решения.

Задание 10 (23.140).Сколько различных решений имеет система уравнений

$$(x_1 \lor y_1) \equiv (\neg x_2 \land \neg y_2)$$
$$(x_2 \lor y_2) \equiv (\neg x_3 \land \neg y_3)$$
$$\ldots$$
$$(x_5 \lor y_5) \equiv (\neg x_6 \land \neg y_6)$$
$$(x_6 \lor y_6) \equiv (\neg x_7 \land \neg y_7)$$

где $x_1, \ldots, x_7, y_1, \ldots, y_7$, – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение:

В данной системе все уравнения однотипны, поэтому можно применить метод отображения.

Рассмотрим первое уравнение $(x_1 \lor y_1) \equiv (\neg x_2 \land \neg y_2)$ и построим таблицу истинности для левой части данного логического уравнения

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_1 \lor y_1$	$\neg x_2 \land \neg y_2$	$(x_1 \lor y_1) \equiv (\neg x_2 \land \neg y_2)$
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0

Вычеркнем строки с нулевыми значениями в последнем столбце, так как значение уравнения равно 1.

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_1 \lor y_1$	$\neg x_2 \land \neg y_2$	$(x_1 \lor y_1) \equiv (\neg x_2 \land \neg y_2)$
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1

Получим следующую зависимость:

x2y2	**x1y1**

00	=01+10+11
01	=00
10	=00
11	=00

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1y1	x2y2	x3y3	x4y4	x5y5	x6y6	x7y7
00	1	3	3	9	9	27	27
01	1	1	3	3	9	9	27
10	1	1	3	3	9	9	27
11	1	1	3	3	9	9	27

Суммируем последний столбец и получаем 108 решений.
Ответ: 108 решений.

Задание 11 (23.155). Сколько различных решений имеет система уравнений?

$$((x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2)) \wedge (x_1 \to x_2) \wedge (y_1 \to y_2) = 1$$
$$((x_2 \equiv y_2) \to (x_3 \equiv y_3)) \wedge (x_2 \to x_3) \wedge (y_2 \to y_3) = 1$$
…
$$((x_8 \equiv y_8) \to (x_9 \equiv y_9)) \wedge (x_8 \to x_9) \wedge (y_8 \to y_9) = 1$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_9$, $y_1, y_2, \ldots, y_9$ – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение:

В данной системе все уравнения однотипны, поэтому можно применить метод отображения.

Рассмотрим первое уравнение $((x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2)) \wedge (x_1 \to x_2) \wedge (y_1 \to y_2) = 1$ и построим таблицу истинности для левой части данного логического уравнения

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_1 \equiv y_1$	$x_2 \equiv y_2$	$(x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2)$	$x_1 \to x_2$	$y_1 \to y_2$	$((x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2)) \wedge (x_1 \to x_2) \wedge (y_1 \to y_2)$
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0	0	1	0	0

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Вычеркнем строки с нулевыми значениями в последнем столбце, так как значение уравнения равно 1.

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_1 \equiv y_1$	$x_2 \equiv y_2$	$(x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2)$	$x_1 \to x_2$	$y_1 \to y_2$	$((x_1 \equiv y_1) \to (x_2 \equiv y_2)) \wedge (x_1 \to x_2) \wedge (y_1 \to y_2)$
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Получим следующую зависимость:

x2y2	**x1y1**
00	=00
01	=01
10	=10
11	=00+01+10+11

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1y1	**x2y2**	**x3y3**	**x4y4**	**x5y5**	**x6y6**	**x7y7**	**x8y8**	**x9y9**
00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	4	7	10	13	16	19	22	25

Суммируем последний столбец и получаем 28 решений.
Ответ: 28 решений.

Задание 12 (23.157). Сколько различных решений имеет система уравнений?

$$(x_1 \equiv \neg x_2) \wedge (\neg x_2 \equiv x_3) = 0$$
$$(x_2 \equiv \neg x_3) \wedge (\neg x_3 \equiv x_4) = 0$$
$$\ldots$$
$$(x_7 \equiv \neg x_8) \wedge (\neg x_8 \equiv x_9) = 0$$

где x1,x2,…,x9 – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение:

В данной системе все уравнения однотипны, поэтому можно применить метод отображения.

Рассмотрим первое уравнение $(x_1 \equiv \neg x_2) \land (\neg x_2 \equiv x_3) = 0$ и построим таблицу истинности для левой части данного логического уравнения

x_1	x_2	x_3	$x_1 \equiv \neg x_2$	$\neg x_2 \equiv x_3$	$(x_1 \equiv \neg x_2) \land (\neg x_2 \equiv x_3)$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0

Вычеркнем строки с единичными значениями, так как значение уравнения равно 0.

x_1	x_2	x_3	$x_1 \equiv \neg x_2$	$\neg x_2 \equiv x_3$	$(x_1 \equiv \neg x_2) \land (\neg x_2 \equiv x_3)$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0

Получим следующую зависимость:

x2x3	**x1x2**
00	=00+10
01	=00
10	=11
11	=01+11

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1x2	**x2x3**	**x3x4**	**x4x5**	**x5x6**	**x6x7**	**x7x8**	**x8x9**
00	1	2	3	5	8	13	21	34
01	1	1	2	3	5	8	13	21
10	1	1	2	3	5	8	13	21
11	1	2	3	5	8	13	21	34

Суммируем последний столбец и получаем 110 решений.
Ответ: 110 решений.

Задание 13 (23.158). Сколько различных решений имеет система уравнений?

$$(x_1 \equiv \neg x_2) \land (\neg x_1 \equiv x_3) = 0$$
$$(x_2 \equiv \neg x_3) \land (\neg x_2 \equiv x_4) = 0$$
$$\dots$$
$$(x_7 \equiv \neg x_8) \land (\neg x_7 \equiv x_9) = 0$$

где x1,x2,…,x9 – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение:

В данной системе все уравнения однотипны, поэтому можно применить метод отображения.

Рассмотрим первое уравнение $(x_1 \equiv \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \equiv x_3) = 0$ и построим таблицу истинности для левой части данного логического уравнения

x_1	x_2	x_3	$x_1 \equiv \neg x_2$	$\neg x_1 \equiv x_3$	$(x_1 \equiv \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \equiv x_3)$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0

Вычеркнем строки с единичными значениями, так как значение уравнения равно 0.

x_1	x_2	x_3	$x_1 \equiv \neg x_2$	$\neg x_1 \equiv x_3$	$(x_1 \equiv \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \equiv x_3)$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0

Получим следующую зависимость:

x2x3	**x1x2**
00	=00
01	=00+10
10	=01+11
11	=11

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1x2	**x2x3**	**x3x4**	**x4x5**	**x5x6**	**x6x7**	**x7x8**	**x8x9**
00	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	4	5	6	7	8
10	1	2	3	4	5	6	7	8
11	1	1	1	1	1	1	1	1

Суммируем последний столбец и получаем 18 решений.

Ответ: 18 решений.

Задание 14 (23.159). Сколько различных решений имеет система уравнений?

$$(x_1 \to (x_2 \wedge y_2)) \wedge (y_1 \to y_2) = 1$$
$$(x_2 \to (x_3 \wedge y_3)) \wedge (y_2 \to y_3) = 1$$
$$\ldots$$
$$(x_6 \to (x_7 \wedge y_7)) \wedge (y_6 \to y_7) = 1$$

где x1,x2,…,x7 и y1,y2,…,y7, – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение:

В данной системе все уравнения однотипны, поэтому можно применить метод отображения.

Рассмотрим первое уравнение $(x_1 \to (x_2 \wedge y_2)) \wedge (y_1 \to y_2) = 1$ и построим таблицу истинности для левой части данного логического уравнения

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_2 \wedge y_2$	$x_1 \to (x_2 \wedge y_2)$	$(y_1 \to y_2)$	$(x_1 \to (x_2 \wedge y_2)) \wedge (y_1 \to y_2)$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Вычеркнем строки с нулевыми значениями в последнем столбце, так как значение уравнения равно 1.

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_2 \wedge y_2$	$x_1 \to (x_2 \wedge y_2)$	$(y_1 \to y_2)$	$(x_1 \to (x_2 \wedge y_2)) \wedge (y_1 \to y_2)$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Получим следующую зависимость:

x2y2	x1y1
00	=00
01	=00+01
10	=00
11	=00+01+10+11

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1y1	x2y2	x3y3	x4y4	x5y5	x6y6	x7y7
00	1	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	4	5	6	7
10	1	1	1	1	1	1	1
11	1	4	8	13	19	26	34

Суммируем последний столбец и получаем 43 решения.
Ответ: 43 решения.

Задание 15 (23.164). Сколько различных решений имеет система уравнений?

$$(x_1 \to (x_2 \lor y_2)) \land (y_1 \to y_2) = 1$$
$$(x_2 \to (x_3 \lor y_3)) \land (y_2 \to y_3) = 1$$
$$\ldots$$
$$(x_7 \to (x_8 \lor y_8)) \land (y_7 \to y_8) = 1$$
$$x_8 \to y_8 = 1$$

где x1,x2,…,x8 и y1,y2,…,y8, – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение:

В данной системе все уравнения, кроме последнего, однотипны, поэтому можно применить метод отображения. Последнее уравнение стоит учесть в конце решения.

Рассмотрим первое уравнение $(x_1 \to (x_2 \lor y_2)) \land (y_1 \to y_2) = 1$ и построим таблицу истинности для левой части данного логического уравнения

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_2 \lor y_2$	$(x_1 \to (x_2 \lor y_2))$	$(y_1 \to y_2)$	$(x_1 \to (x_2 \lor y_2)) \land (y_1 \to y_2)$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1

1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Вычеркнем строки с нулевыми значениями в последнем столбце, так как значение уравнения равно 1.

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_2 \vee y_2$	$(x_1 \to (x_2 \vee y_2))$	$(y_1 \to y_2)$	$(x_1 \to (x_2 \vee y_2)) \wedge (y_1 \to y_2)$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Получим следующую зависимость:

x2y2	**x1y1**
00	=00
01	=00+01+10+11
10	=00+10
11	=00+01+10+11

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x1y1	**x2y2**	**x3y3**	**x4y4**	**x5y5**	**x6y6**	**x7y7**	**x8y8**
00	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	4	11	26	57	120	247	502
10	1	2	3	4	5	6	7	8
11	1	4	11	26	57	120	247	502

Последнее уравнение $x_8 \to y_8 = 1$ исключает пару 10, то есть x8=1, y8=0. Таким образом вычеркиваем третью строку.

	x1y1	**x2y2**	**x3y3**	**x4y4**	**x5y5**	**x6y6**	**x7y7**	**x8y8**
00	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	4	11	26	57	120	247	502
~~10~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~
11	1	4	11	26	57	120	247	502

Суммируем последний столбец и получаем 1005 решений.

Ответ: 1005 решений.

Список литературы:

1. Е.А.Мирончик. Метод отображения // Информатика, № 10, 2013, с. 18-26
2. Е.А. Мирончик. Люблю ЕГЭ за В15, или Ещё раз про метод отображения // Информатика, № 7-8, 2014, с. 26-32.
3. К.Ю. Поляков. Преподавание, наука и жизнь. [Электронный ресурс],-
4. http://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm